Serie 12

1. Prüfen Sie auf lineare Unabhängigkeit.

$$(a) \quad \boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$(b) \quad \boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$(c) \quad \boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

2. Stellen Sie das Element $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}^3$ als Linearkombination der Basis $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$ dar.

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

3. Bestimmen Sie die zur lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\varphi(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$\varphi(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

gehörende Matrix, wenn im Urbild- bzw. Bildraum die Einheitsvektoren als Basisvektoren gewählt werden.