Serie 18

1. Untersuchen Sie die Folgen (q_n) auf Monotonie, Beschränktheit und Häufungspunkte.

   (a) $q_n = \frac{(-2)^{n+1} + 3^n}{3^{n+1} + (-2)^n}$

   (b) $q_n = \cos \frac{n \cdot \pi}{4}$

   (c) $q_{n+1} = \frac{2}{q_n},\ 1 \leqq q_0$
   $le2$

   (d) $q_{n+1} = \sqrt{2 + q_n},\ q_0 = \sqrt{2}$

2. Geben Sie $n_o(\varepsilon) \in \mathbb{R}$ an, so daß gilt: $\forall n > n_0(\varepsilon)(|x_n| < \varepsilon)$.

   (a) $x_n = \frac{(-1)^{n^2+1}}{4n^3}$

   (b) $x_n = \frac{2n}{n^2-2}$

3. Es sei (x_n) die Ziffernfolge der Zahl π $(x_0 = 3,\ x_1 = 1,\ x_2 = 4,\ ...)$. Besitzt die Folge (x_n) Häufungspunkte ?
   Besitzt die Folge einen Grenzwert ?

4. Geben Sie $n_0(\varepsilon) \in \mathbb{R}$ an, so daß gilt: $\forall n > n_0(\varepsilon)(|a_n - a| < \varepsilon)$

   (a) $a_n = \frac{1-\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}}$, $a = -1$

   (b) $a_n = \frac{n^4}{n!}$, $a = 0$

5. Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

   (a) $a_n = q^n$

   (b) $a_n = \frac{2n^3 + 6^n}{n!}$

   (c) $a_n = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n$

   (d) $a_n = \frac{n!}{n^n}$