Serie 19

1. Beweisen Sie, daß $\lim\limits_{n\to\infty} 0,\underbrace{333\ldots3}_{n\,Stellen} = \frac{1}{3}$ ist. Bilden Sie dazu die Differenzen

$$\frac{1}{3}-0,3;\ \frac{1}{3}-0,33;\ \frac{1}{3}-0,333;\ldots;\ \frac{1}{3}-0,\underbrace{333\ldots3}_{n\,Stellen}.$$

2. Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$ folgender Folgen (p_n) mit

   (a) $p_n = \frac{(-1)^n n}{n+1}$

   (b) $p_n = \frac{8\cos\frac{\pi}{2}n}{n+4}$

   (c) $p_n = 1 + (-\frac{1}{2})^n$

   (d) $p_n = (-1)^n + \frac{1}{2^n}$

   (e) $p_n = \frac{\sqrt{2n^2+1}}{2n-1}$

   (f) $p_n = \frac{3n}{1-2n}$

   (g) $p_n = \frac{1+2+3+\ldots+n}{n+3} - \frac{n}{2}$

   (h) $p_n = \frac{1+2+3+\ldots+n}{\sqrt{9n^4+1}}$

3. Es sei r_n der Inkreisradius eines regelmäßigen, einem gegebenen Kreis einbeschrieben $n-$Ecks. Bestimmen Sie $\lim\limits_{n\to\infty} r_n$.

4. Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim\limits_{n\to\infty} s_n$ folgender Partialsummenfolgen (s_n) mit

   (a) $s_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} \ldots + \frac{1}{(n-1)\cdot n}$

   (b) $s_n = \frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} \ldots + \frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$