

Serie 21

1. Konvergiert die Reihe $-\frac{4}{1^3} - \frac{3}{2^3} - \frac{2}{3^3} - \frac{1}{4^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{2}{7^3} + \dots$? Bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

2. Geben Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$ an, für die folgende Reihen konvergieren:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} x^{2n-1}$,

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{x^n}$.

3. Zeigen Sie: Für

$$P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \quad (a_n \neq 0),$$

$$Q(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m \quad (b_m \neq 0),$$

gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_nx^{n-m}}{b_m}.$$

4. Zeigen Sie die Stetigkeit folgender Funktionen im \mathbb{R}^1 :

(a) $f(x) = \sin 3x$

(b) $f(x) = x^n \quad (n \in \mathbb{N})$.