

Serie 24

1. Bestimmen Sie Unstetigkeitsstellen, Extrema und Wendepunkte folgender Funktionen:

(a) $f(x) = \ln \frac{x-2}{x^2}$,

(b) $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}$.

2. Ermitteln Sie folgende Grenzwerte:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}$,

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \cdot e^{\frac{-x}{1000}}$,

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^p}$ ($p \in \mathbb{R}$),

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$,

(e) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$,

(f) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$,

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin^2 x)^{\frac{1}{\ln x^2}}$.

3. Ermitteln Sie die Taylorreihe folgender Funktionen im Punkt $x_0 = 0$ sowie ihren Konvergenzradius:

(a) $f(x) = a^x$ ($a > 0$),

(b) $f(x) = \frac{x^{10}}{(1-x)^2}$ ($x \neq 1$).

4. Berechnen Sie $\frac{1}{\sqrt[5]{e}}$ mit Hilfe einer geeigneten Reihenentwicklung, so daß der absolute Fehler kleiner als $5 \cdot 10^{-5}$ ist.

Wieviele Reihenglieder sind nötig?