

Serie 3

1. Gegeben seien die Mengen

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x+4}{x+1} < 3 \right\};$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{|2-x|} < \frac{1}{3-2x} \right\};$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid |\sin 2x| \geq \frac{1}{2} \right\}.$$

Ermitteln Sie $A \cup B$, $A \cup C$, $A \cap B$, $B \cap C$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, und $B \setminus C$.

2. Gegeben seien die Polynome

$$P_1(x) = 54x^5 + 63x^4 - 69x^3 - 37x^2 + 35x - 6, \quad P_2(x) = 6x^2 + 5x - 6.$$

(a) Zeigen Sie, dass der Quotient $\frac{P_1(x)}{P_2(x)}$ ebenfalls ein Polynom ist!

(b) Zerlegen Sie $P_1(x)$ in Linearfaktoren!

3. Für das Polynom

$$P(x) = 16x^6 - 96x^5 + 184x^4 - 24x^3 - 351x^2 + 432x - 162$$

ist die Vielfachheit der Nullstelle $x_0 = \frac{3}{2}$ zu ermitteln. Das Polynom ist in Linearfaktoren zu zerlegen.

4. (a) Bestimmen Sie die Potenzmenge $P(A)$ der Menge $A = \{0, 1\}$ und die Potenzmenge $P(P(A))$ sowie $P(A) \setminus A$.

(b) Gibt es Mengen, deren Potenzmenge nur 1 oder 2 Elemente enthält?