

Serie 37

1. Zeigen Sie, dass die Iteration

$$x_{k+1} = \cos x_k$$

für alle $x_0 \in \mathbb{R}$ gegen den einzigen Fixpunkt ξ ($\xi = \cos \xi$) konvergiert.

2. Bestimmen Sie die 3 Lösungen der Gleichung

$$f(x) = 3x^2 - e^x = 0$$

mit dem Newton-Verfahren, wobei die Startwerte

(a) $x_0 = 0.25$

(b) $x_0 = 0.3$

(c) $x_0 = 0.35$

zu benutzen sind (max. 6 Iterationen bzw. bis zur Rechnergenauigkeit).

3. Überprüfen Sie, ob

$$\Phi(x) = \ln 3 + 2 \ln |x|$$

eine geeignete Iterationsfunktion zur Bestimmung der Lösung von

$$f(x) = 3x^2 - e^x = 0$$

ist.

4. Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = x^2 - \ln x - 2$$

eine Näherung für

(a) die kleinste Nullstelle mit dem NEWTON-Verfahren und

(b) die größte Nullstelle mit einem Iterationsverfahren $x = \Phi(x)$.

Führen Sie jeweils drei Iterationen durch.