

Serie 38

1. Lösen Sie folgendes Optimierungsproblem graphisch: Ein Betrieb verwendet für die Herstellung zweier verschiedener Produkte P_1, P_2 drei verschiedene Maschinenmarken. Aus technischen Gründen können Maschine M_1 höchstens 20 h, Maschine M_2 höchstens 12 h und Maschine M_3 höchstens 16 h ununterbrochen eingesetzt werden. Zur Herstellung des Produktes P_1 werden je 2 h, 2 h bzw. 4 h der einzelnen Maschinen und zur Herstellung des Produktes P_2 werden je 4 h und 2 h für die ersten beiden Maschinen benötigt. Die Maschine M_3 wird zur Herstellung von P_2 nicht eingesetzt. Beim Verkauf des Produktes P_1 wird ein Gewinn von 2 EUR pro Stück und des Produktes P_2 von 3 EUR pro Stück erzielt. Wieviel Stück der Produkte P_1 und P_2 müssen hergestellt werden, damit der Gewinn maximal wird?
2. Gegeben ist folgendes Optimierungsproblem:
Zur Zusammenstellung einer Futtermischung eines Tieres dienen die Produkte P_1 und P_2 , die zwei Nährstoffe N_1 und N_2 in der Tabelle zu entnehmenden Mengen enthalten. Dem Tier müssen minimal 40 ME (Mengeneinheiten) von N_1 und 20 ME von N_2 zugeführt werden. Darüberhinaus enthalten die Produkte gewisse Mengen eines Nährstoffes N_3 , dessen übermäßige Verfütterung schädlich sein kann und deshalb auf maximal 25 ME zu beschränken ist.

Nährstoff	Nährstoffgehalt	
	P_1	P_2
N_1	8	4
N_2	2	5
N_3	3	2
Preis in EUR	30	50

Bestimmen Sie einen optimalen Plan, der die Kosten minimiert

- a) graphisch,
b) mit dem Simplexverfahren.
3. Ein Betrieb hat die Möglichkeit, aus drei bei seiner Hauptproduktion anfallenden Abfallstoffen A_1, A_2, A_3 drei Produkte P_1, P_2, P_3 herzustellen. Die Tabelle gibt an, wieviel Mengeneinheiten (ME) von A_1 für eine ME von P_j erforderlich sind. Ferner enthält die Tabelle die von A_1 zur Verfügung stehenden ME.
Wieviele ME von den P_j sind herzustellen, wenn der durch die Produktion der P_j insgesamt erzielbare Gewinn möglichst groß sein soll? Der Gewinn pro ME P_1 ist 60,- EUR, pro ME P_2 40,- EUR, pro ME P_3 100,- EUR.

	P_1	P_2	P_3	verfügbare ME
A_1	5	2	6	450
A_2	2	4	4	260
A_3	1	6	2	200

Lösen Sie das LOP mit dem Simplexverfahren.

4. Bei der Herstellung von Obstkonserven besteht die Möglichkeit, das Obst in 1 kg- oder 2 kg-Dosen zu füllen. Die Herstellung von 100 Konserven dauert 1 Stunde einheitlich für beide Dosenarten. Die Anlage kann höchstens 70 Stunden/Woche laufen, und es können maximal pro Woche 10000 kg Obst verarbeitet werden. Die Verkaufsabteilung kann pro Woche höchstens 6000 kg in 1 kg-Dosen und 8000 kg in 2 kg-Dosen absetzen. Der Gewinn für eine 2 kg-Dose beträgt das 1,5-fache des Gewinns für eine 1 kg-Dose. Beachte: Aus Verpackungsgründen können nur Einheiten von 100 Stück hergestellt werden.

Wieviel 1 kg-Dosen und wieviel 2 kg-Dosen muss der Betrieb pro Woche herstellen, damit der Gewinn maximiert wird? Lösen Sie das LOP mit dem Simplexverfahren.

5. Bestimmen Sie alle Optimallösungen des folgenden LOP mit dem Simplexverfahren:

$$\begin{array}{rcllcl}
 z & = & -2x_1 & -2x_2 & + & 4x_3 & \rightarrow & max \\
 & & -3x_1 & -4x_2 & + & 4x_3 & \leq & 12 \\
 & & -x_1 & -x_2 & + & 2x_3 & \leq & 8 \\
 & & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0
 \end{array}$$

6. Eine Großfleischerei produziert täglich 480 Stück Schinkenfleisch, 400 Stück Schweinebauch und 230 Stück Schulterblatt zu je 500 g, die zum Räuchern vorgesehen sind, wobei jedes Fleischstück auch frisch verkauft werden kann. Insgesamt können während der normalen Arbeitszeit 420 Fleischstücke geräuchert werden. Durch Überstundenarbeit ist die Räucherung von bis zu 250 weiteren Fleischstücken allerdings unter höheren Kosten möglich. Die Nettogewinne für jede Fleischsorte sind folgender Tabelle zu entnehmen:

	Nettogewinn in EUR für		
	Frischware	Räucherware (produziert in)	
		normaler Zeit	Überstunden
Schinken	8	14	11
Bauch	4	12	7
Schulterblatt	4	13	9

- (a) Bestimmen Sie ein mathematisches Modell zur Durchführung des Räucherns, damit der Gesamtnettogewinn maximiert wird.
- (b) Lösen Sie das Problem mit dem Simplexverfahren.
- (c) Wie hoch ist der Gesamtnettogewinn?