Serie 5

1. Konstruieren Sie eine bijektive Abbildung f von der Menge $X = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ auf die Potenzmenge $P(Y)$ mit $Y = \{2, 3, 5\}$, so dass für beliebige $m, n \in X$ gilt:

$$m \text{ teilt } n \Longleftrightarrow f(m) \subseteqq f(n).$$

2. E sei die Menge der Eigenschaften Reflexivität R, Symmetrie S und Transitivität T, also

$$E = \{R, S, T\}.$$

   Geben Sie zu jedem $X \in P(E)$ ein Beispiel einer binären Relation auf einer geeigneten Menge M an, die Eigenschaften aus X jedoch nicht die Eigenschaften aus $E \setminus X$ hat.

3. Es sei R_1 eine Äquivalenzrelation in einer Menge M_1 und R_2 eine Äquivalenzrelation in einer Menge M_2. Unter $R = R_1 * R_2$ werde die folgendermaßen definierte Relation in $M_1 \times M_2$ verstanden:

$$(x_1, y_1)\, R\, (x_2, y_2) \Longleftrightarrow x_1\, R_1\, x_2 \wedge y_1\, R_2\, y_2$$

   für alle $x_1, x_2 \in M_1$ und $y_1, y_2 \in M_2$.
   Zeigen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation in $M_1 \times M_2$ ist und beschreiben Sie die Äquivalenzklassen.

4. Es sei M eine beliebige Menge und $R \subseteqq M \times M$ eine reflexive und transitive Relation in M. Es sei nun T die für alle $x, y \in M$ durch

$$xTy \Longleftrightarrow xRy \wedge yRx$$

   definierte binäre Relation in M.
   Untersuchen Sie die Eigenschaften der Relation T in M.