Serie 1

1. Lösen Sie die Gleichung $z^4 = \dfrac{i+1}{i-1} + 3i$.

2. Es sei R_1 eine Äquivalenzrelation in einer Menge M_1 und R_2 eine Äquivalenzrelation in einer Menge M_2. Unter $R = R_1 * R_2$ werde die folgendermaßen definierte Relation in $M_1 \times M_2$ verstanden:
$$(x_1, y_1)\, R\, (x_2, y_2) \Longleftrightarrow x_1\, R_1\, x_2 \wedge y_1\, R_2\, y_2$$
für alle $x_1, x_2 \in M_1$ und $y_1, y_2 \in M_2$.
Zeigen Sie, daß R eine Äquivalenzrelation in $M_1 \times M_2$ ist und beschreiben Sie die Äquivalenzklassen.

3. In der Menge P_L aller linearen Polynome $P(x) = ax + b$ mit rationalen Koeffizienten $a (\neq 0)$ und b ist durch $P_1(x) \circ P_2(x) = P_1(P_2(x))$ eine binäre Operation $\circ$ in P_L erklärt.
Zeigen Sie, daß $(P_L; \circ)$ eine nichtkommutative Gruppe ist und geben Sie ihr neutrales und inverses Element an.

4. Es seien $\pi_1 = (1\,4\,3\,2)$ und $\pi_2 = (1\,3)$ Permutationen aus der Gruppe $\mathbb{S}_4$.
Welche Gruppe wird von $\{\pi_1, \pi_2\}$ erzeugt?
Geben Sie die Strukturtafel an und bestimmen Sie alle Untergruppen.